

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2022

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات التالية مع التبرير:

1) (u_n) المتتالية الحسابية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدها العام u_n حيث $u_n=-3n+1$

قيمة المجموع $u_{1954}+u_{1955}+\cdots+u_{2022}$ هي:

أ) -11926 — ب) -411447 — جـ) 272356

2) المتتالية (v_n) المعرّفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ: $v_n=\frac{1}{2^{n-1}}$ هي متتالية:

أ) هندسية — ب) حسابية — جـ) لا حسابية ولا هندسية

3) قيمة العدد الحقيقي $\int_1^2(1+\frac{1}{x^2})dx$ هي:

أ) $\frac{1}{2}$ — ب) $\frac{3}{2}$ — جـ) $\frac{2}{3}$

4) f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2+6x+4$ ، (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد.

محور تناظر المنحني (C) هو المستقيم ذو المعادلة :

أ) $x=4$ — ب) $x-3=0$ — جـ) $x+3=0$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$. (C_f) و (C_g) التمثيلان البيانيان للدالتين العدديتين f و g المعرّفتين على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=ax^2+bx-1$ و $g(x)=(x+1)^2(x-1)$ حيث a و b عددان حقيقيان.

1) أ− بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g(x)=x^3+x^2-x-1$

ب− عيّن العددين a و b حتى تكون g دالة أصلية لـ f على $\mathbb{R}$

2) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x)=(x+1)(3x-1)$

3) أ− حلّل العبارة $g(x)-f(x)$

ب− استنتج أنّ (C_f) و (C_g) يتقاطعان في ثلاث نقط يُطلب تعيينها.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية الحسابية المعرّفة على $\mathbb{N}$ وأساسها r حيث $\begin{cases} u_2+u_3+u_4=21 \\ u_4+u_5=20 \end{cases}$

1) أ- بيّن أنّ $u_3=7$ و $r=2$ ثم استنتج قيمة u_0

ب- أكتب u_n بدلالة n

جـ- أحسب، بدلالة n، المجموع S_n حيث $S_n=u_0+u_1+\dots+u_{n-1}$

2) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=3\times 2^{2n}$

أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $\frac{v_{n+1}}{v_n}=4$ ثم استنتج طبيعة المتتالية (v_n)

ب- أحسب، بدلالة n، المجموع S'_n حيث $S'_n=v_0+v_1+\dots+v_{n-1}$

3) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $w_n=\frac{2}{3}v_n$

أ- تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $w_n=2^{u_n}$

ب- احسب p_n حيث، $p_n=w_0\times w_1\times\dots\times w_{n-1}$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة على D حيث $D=\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ: $f(x)=\frac{x^2+3x+3}{x+2}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ- احسب $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -2} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -2} f(x)$ ثم فسّر النتيجتين بيانيا.

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل لـ (C) ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)

3) بيّن أنّ النقطة $A(-2;-1)$ مركز تناظر (C)

4) أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من D، $f'(x)=\frac{(x+3)(x+1)}{(x+2)^2}$

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

5) أكتب معادلة لـ (T) مماس (C) في النقطة ذات الفاصلة 0

6) أنشئ (T) ، (Δ) و (C)

7) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-2;2\}$ بـ: $g(x)=\frac{x^2-3|x|+3}{-|x|+2}$، (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ- بيّن أنّ g دالة زوجية ثم تحقّق أنّه من أجل كلّ x من $]-\infty;-2[\cup]-2;0]$ ، $g(x)=f(x)$

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من (C) ثم أنشئه.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) نضع من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $P(x)=x^3-2x^2-2x-3$

تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $P(x)=(x-3)(x^2+x+1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$

2) (u_n) المتتالية الهندسية التي حدها الأول u_0 وأساسها q ، حيث $u_0=2$ و $u_3-2u_2-2u_1-3u_0=0$

أ- بيّن أنّ $q^3-2q^2-2q-3=0$ ثم استنتج قيمة q

ب- تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n=2\times 3^n$

3) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $w_n=\dfrac{u_n}{3^n}$

احسب المجموع S_n حيث : $S_n=w_0+w_1+...+w_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=-2$ و $u_{n+1}=5u_n+20$

1) أ- احسب u_1 و u_2

ب- تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}+5=5(u_n+5)$

2) أ- برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n>-5$

ب- ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=u_n+5$

تحقّق أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 5 ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n

4) احسب، بدلالة n، المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التعليل في كلّ حالة من الحالات التالية:

1) (u_n) المتتالية الحسابية المعرّفة على $\mathbb{N}$ حيث $u_0=1$ و $u_4=3$

العدد 1012 حدّ من حدود (u_n)

2) f و g الدالتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+1)(3x-3)$ و $g(x)=(x+1)(x^2-x-2)$

g هي الدالة الأصلية للدالة f والتي تنعدم عند -1

3) α عدد حقيقي. نضع : $a=3\alpha+5$ ، $b=5\alpha+3$ ، $c=7\alpha+1$

الأعداد a ، b ، c بهذا الترتيب هي حدود متتابعة من متتالية حسابية .

4) f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-1+\dfrac{3x^2+1}{x^2+1}$

المستقيم ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل لمنحني الدالة f عند $+\infty$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $f(x)=-x+1+\frac{x}{(x-1)^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ− احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب− احسب $\lim_{x\to1} f(x)$ وفسّر النتيجة بيانيا.

2) أ− بيّن أنّه من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\{1\}$ ، $f'(x)=\frac{-x(x^2-3x+4)}{(x-1)^3}$

ب− بيّن أنّ f متزايدة تماما على $]0;1[$ ومتناقصة تماما على كلّ من $]-\infty;0]$ و $]1;+\infty[$

جـ− شكّل جدول تغيّرات الدالة f

3) أ− بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب− أُدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

جـ− بيّن أنّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $2,3<\alpha<2,4$

4) أ− أُكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة -1

ب− أنشئ (Δ) و (C_f)

5) g الدالة العددية المعرّفة على $]1;+\infty[$ بـ : $g(x)=|f(x)|$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

− بيّن كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئ (C_g)

انتهى الموضوع الثاني

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)		العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول (04 نقاط)			
1)	الاجابة الصحيحة هي ب التبرير : $u_{1954}+\cdots+u_{2022}=\frac{69}{2}(u_{1954}+u_{2022})=-411447$	0.50 0.50	01
2)	الاجابة الصحيحة هي أ التبرير : $v_n=2\left(\frac{1}{2}\right)^n$ او $v_{n+1}=\frac{1}{2}v_n$	0.50 0.50	01
3)	الاجابة الصحيحة هي ب التبرير : $\int_1^2(1+\frac{1}{x^2})dx=\left[x-\frac{1}{x}\right]_1^2=\frac{3}{2}$	0.50 0.50	01
4)	الاجابة الصحيحة هي جـ التبرير : من اجل كل $x\in\mathbb{R}$ ، $(-6-x)\in\mathbb{R}$ ، $f(-6-x)=f(x)$	0.50 0.50	01
التمرين الثاني (04 نقاط)			
1)	أ- بالنشر والتبسيط أو التحليل نجد: $(x+1)^2(x-1)=x^3+x^2-x-1$	0.25+0.50	1.75
	ب- من اجل كل $x\in\mathbb{R}$: $g'(x)=f(x)$ يكافئ $ax^2+bx-1=3x^2+2x-1$ و منه $a=3$ و $b=2$	0.50 0.25×2	
2)	بالنشر والتبسيط أو التحليل نجد: $(x+1)(3x-1)=3x^2+2x-1$	0.50	0.5
3)	أ-تحليل العبارة $g(x)-f(x)=x(x+1)(x-3)$	0.50×2	1.75
	ب-إحدثيا نقط التقاطع : $(0;-1)$ و $(-1;0)$ و $(3;32)$	0.25×3	
التمرين الثالث (04 نقاط)			
1)	أ- $3u_3=21$ و منه $u_3=7$ $u_4+u_5=20$ يكافئ $2u_3+3r=20$ و ومنه $r=2$ و $u_0=1$	0.25×2 0.25+0.25	2.50
	ب- $u_n=u_0+rn=2n+1$	0.25+0.50	
	جـ- $S_n=\frac{n}{2}(u_0+u_{n-1})=n^2$	0.25+0.50	
2)	أ- $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{3\times 2^{2n+2}}{3\times 2^{2n}}=4$ ومنه (v_n) متتالية هندسية	0.25+0.25	01
	ب- $S'_n=4^n-1$	0.25+0.25	
3)	أ- $w_n=\frac{2}{3}v_n=\frac{2}{3}\left(3\times 2^{2n}\right)=2^{2n+1}=2^{u_n}$	0.25	0.50
	ب- $p_n=2^{S_n}=2^{n^2}$	0.25	

التمرين الرابع (08 نقاط)

1)	أ $\lim_{x \overset{<}{\to} -2} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \overset{>}{\to} -2} f(x) = +\infty$ التفسير البياني: $x=-2$ معادلة مستقيم مقارب لـ $\left(C_f\right)$	0.50+0.50 0.25	1.75
	ب $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$	0.25+0.25	
2)	$(\Delta): y=x+1$ مستقيم مقارب لأنّ: $f(x)-(x+1)=\frac{1}{x+2}$ $\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)-(x+1)\right)=0$ ، $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-(x+1)\right)=0$ (C) أعلى (Δ) في $]-2;+\infty[$, (C) اسفل (Δ) في $]-\infty;-2[$	0.25 0.25×2 0.25×2	1.25
3)	$A(-2;-1)$ مركز التناظر لأن $x\in D_f$ و $-4-x\in D_f$ $f(-4-x)+f(x)=-2$	0.25×2	0.5
4)	أ - $f'(x)=\frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}=\frac{(x+3)(x+1)}{(x+2)^2}$	0.50×2	2
	ب - f متزايدة تماما على كل من $]-\infty;-3]$ و $[-1;+\infty[$ f متناقصة تماما على كل من $]-2;-1]$ و $[-3;-2[$ جدول تغيرات f	0.25 0.25 0.5	

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-3	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

5)	معادلة للمماس (T) : $y=\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}$	0.50	0.50
6)	إنشاء (T) ، (Δ) و (C)	0.25 0.25 0.5	01
7)	أ–تبيان أن g دالة زوجية	0.25	01

	– من أجل كلّ x من $]-\infty;-2[\cup]-2;0]$ ، $g(x)=f(x)$	0.25	
	ب– على $]-\infty;-2[\cup]-2;0]$ (C_g)ينطبق على (C) و (C_g) متناظر بالنسبة الى حامل محور التراتيب	0.25	
	– إنشاء (C_g)	0.25	
عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)			
التمرين الأول (04 نقاط)			
1)	$(x-3)(x^2+x+1)=x^3-2x^2-2x-3$ $P(x)=0$ تكافئ $(x-3)(x^2+x+1)=0$ ومنه $x=3$	0.75 0.25+0.50	1.50
2)	أ– $u_3-2u_2-2u_1-3u_0=0$ تكافئ $u_0q^3-2u_0q^2-2u_0q-3u_0=0$ و منه $q^3-2q^2-2q-3=0$ اذن $q=3$	0.25+0.50	1.75
	ب– $u_n=u_0\times q^n=2\times 3^n$	0.50+0.50	
3)	لدينا $w_n=\frac{u_n}{3^n}=2$ ومنه $S_n=2(n+1)$	0.25+0.50	0.75
التمرين الثاني (04 نقاط)			
1)	أ– $u_1=10$ و $u_2=70$	0.50+0.50	1.50
	ب– $u_{n+1}+5=(5u_n+20)+5=5(u_n+5)$	0.50	
2)	أ– البرهان بالتراجع على أنّ: $u_n>-5$	0.50+0.25	1.25
	ب– $u_{n+1}-u_n=4(u_n+5)>0$ ومنه (u_n)متزايدة تماما	0.25+0.25	
3)	لدينا $v_{n+1}=5v_n$ و منه (v_n) هندسية أساسها 5 $v_n=3\times 5^n$	0.50 0.25	0.75

4)	لدينا $u_n = v_n - 5$ ومنه $S_n = \frac{3}{4}\left(5^{n+1} - 1\right) - 5(n+1)$	0.25+0.25	0.50
	التمرين الثالث (04 نقاط)		
1)	صحيح لأن: $u_n = 1 + \frac{1}{2}n$ و : $u_{2022} = 1012$	0.50+0.50	01
2)	صحيح لأن: $g'(x) = f(x)$ و $g(-1) = 0$	0.50+0.50	01
3)	صحيح لأنّ : $2b = a + c$	0.50+0.50	01
4)	خاطئ لأن : $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(f(x) - x + 1 \right) \neq 0$	0.50+0.50	01
	التمرين الرابع (08 نقاط)		
1)	أ- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$	0.50+0.50	2
	ب- $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = +\infty$	0.50	
	التفسير البياني : $x = 1$ معادلة مستقيم مقارب للمنحني (C_f)	0.50	
2)	أ- $f'(x) = \frac{-x(x^2 - 3x + 4)}{(x-1)^3}$	0.75	2
	ب- إشارة $f'(x)$	0.25	
	f متزايدة تماما على $[0;1[$	0.25	
	f متناقصة تماما على كلّ من $]-\infty;0]$ و $]1;+\infty[$	0.25	
	جـ- جدول التغيرات	0.5	

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	||	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$ || $+\infty$	↘	$-\infty$

3)	أ- (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)	0.5	1.75
	ب- $f(x) - (-x+1) = \frac{x}{(x-1)^2}$ (C_f) أعلى (Δ) على $[0;1[\cup]1;+\infty[$ و (C_f) اسفل (Δ) على $]-\infty;0]$	0.25×3	
	جـ- مبرهنة القيم المتوسطة	0.5	
4)	أ- معادلة لـ (T) : $y = -x + \frac{3}{4}$	0.75	1.75

	ب- إنشاء (Δ) و (C_f)	**0.5+0.5**	
5)	(C_g) ينطبق على (C_f) على $]-\infty;1[\cup]1;\alpha]$ و (C_g) يناظر (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل على $[\alpha;+\infty[$	**0.25**	**0.5**
	إنشاء (C_g)	**0.25**	